

## КЕРНЕУЛІК ЖӘНЕ ДЕФОРМАЦИЯЛЫҚ КҮЙДЕР

### 4.1 Дене нүктесінің кернеулік күйін зерттеу

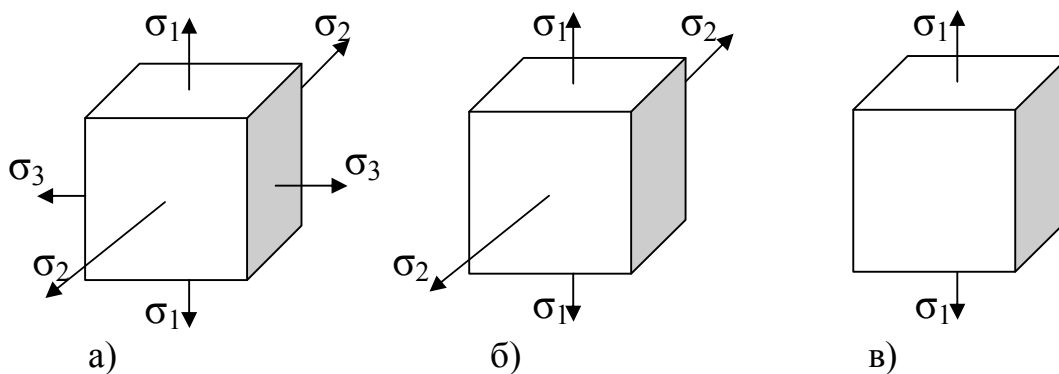
**Нүктедегі кернеулік күй** деп, сол нүкте арқылы өтетін барлық алаңдар бойынша әсер етуші кернеулердің жиынтығын айтады.

Жалпы жағдайда сансыз көп алаңдардың ішінде үш өзара перпендикуляр алаңдар бар, оларда жанама кернеулер нөлге тең.

Жанама кернеулер болмайтын алаңдар **бас алаңдар** деп аталады, бұл алаңдарда әсер ететін тік кернеулер **бас кернеулер** деп аталады. Бас кернеулер – берілген нүктенің кернеулі күйін сипаттайтын тұрақты шамалар. Олар шамалары мен таңдаларына байланысты ең үлкені  $\sigma_1$ , орташасы  $\sigma_2$ , ең кішісі  $\sigma_3$  арқылы белгіленеді, яғни бас кернеулер арасында келесі байланыс бар

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3. \quad (4.1)$$

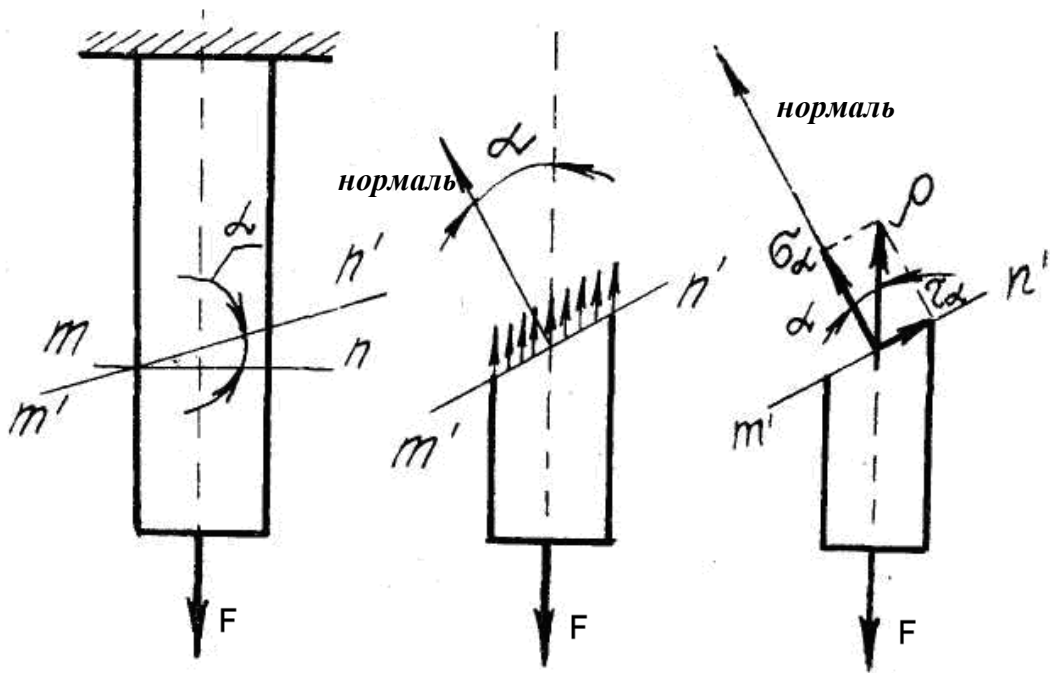
Бас кернеулерінің үшеуі де нөлден айрықша болатын нүктенің кернеулі күйі, **көлемді кернеулі күй** деп аталады (4.1,а-сурет), егер екі бас кернеуі нөлден айрықша болса – екі өстік немесе **жазық кернеулі күй** делінеді (4.1,б-сурет). Нүктенің, жалғыз бас кернеуі нөлге тең болмайтын кернеулі күйі, бір өстік немесе **сызықтық кернеулі күй** деп аталады (4.1,в-сурет).



4.1 - сурет

**Бір өстік кернеулік күй** созылуда немесе сығылуда істейтін бруста пайда болады (4.2-сурет). Көлбеу қимадағы тік және жанама кернеулер келесі формулалармен анықталады:

$$\sigma_\alpha = \sigma \cos^2 \alpha, \quad \tau_\alpha = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha \quad (4.2)$$



4.2-сурет

(4.2) формуласындағы  $\alpha$ -ға әр түрлі мән берейік:

а)  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\sigma_\alpha = \sigma = \sigma_{\max}$ ,  $\tau = 0$ .

б)  $\alpha = 45^\circ$   $\sigma_{\alpha=45^\circ} = \frac{\sigma}{2}$ ,  $\tau_{\alpha=45^\circ} = \frac{\sigma}{2} = \tau_{\max}$ , жанама кернеу ең үлкен

мәнге ие болады.

в)  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\sigma_\alpha = 0$ ,  $\tau_\alpha = 0$ .

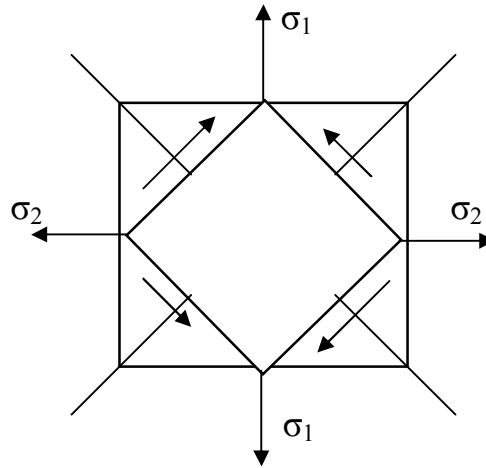
**Жазық кернеулік күй.** Оның ерекше белгісі параллелепедтің екі жағында кернеулердің болмайтындығы.  $\alpha$  бұрышына бұрылған алаңдардағы кернеулер келесі өрнектермен есептелінеді (4.3-сурет)

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha, \quad \tau_\alpha = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\alpha. \quad (4.3)$$

$$\sigma_{90^\circ+\alpha} = \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha, \quad \tau_{90^\circ+\alpha} = -\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\alpha. \quad (4.4)$$

Жанама кернеу ең үлкен мәніне  $\alpha=45^\circ$  болғанда ие болады

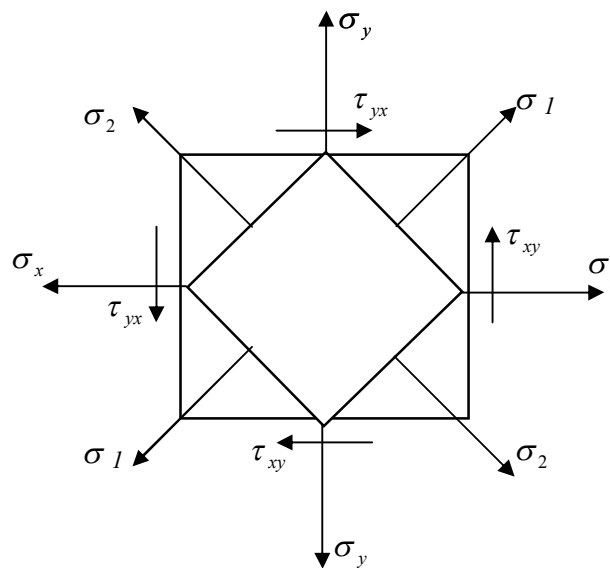
$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2). \quad (4.5)$$



4.3-сурет

Бас кернеулерді жазық кернеулі күйінде төмендегідей (4.4-сурет)

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}, \quad (4.6)$$



4.4-сурет

ал бас алаңдардың бағытын келесі өрнекпен табады:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}. \quad (4.7)$$

**Көлемдік кернеулік күйінде** бас кернеулер куб теңдеудің түбірлері ретінде анықталады, яғни кубтың бір бұрышын қиып алғандағы октаэдрлік алаңдарындағы октаэдрлік кернеулер:

$$\sigma_{окт} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3), \quad \tau_{окт} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}. \quad (4.8)$$

## 4.2 Деформациялық күй, энергиясы

Изотропты материалдар үшін элемент қабырғаларының ұзаруы тік кернеулер әсерінен болады. Гук заңы бойынша **бас деформациялар** төмендегі өрнектермен анықталады:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)], \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{E}[\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)], \quad \varepsilon_3 = \frac{1}{E}[\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)]. \quad (4.9)$$

Көлемнің салыстырмалы өзгеруі

$$\theta = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad \text{немесе} \quad \theta = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3). \quad (4.10)$$

**Деформацияның энергиясы.** Берілген нүктедегі меншікті потенциялық энергия, бас кернеулер арқылы төмендегідей өрнектеледі:

$$u = \frac{1}{2E}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)). \quad (4.11)$$

Шамалары тең емес бас кернеулердің әсерінен деформацияланған элементтің тек көлемі емес формасы да өзгереді. Сондықтан, деформацияның толық потенциалдық энергиясы элементтің көлемі өзгеру мен формасы өзгеру потенциалдық энергияларының қосындысына тең  $u = u_k + u_\phi$ .

Элементтің көлемі өзгеру потенциалдық энергиясы

$$u_k = \frac{1-2\mu}{6E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2. \quad (4.12)$$

Формасы өзгеру потенциалдық энергиясы

$$u_\phi = \frac{1+\mu}{6E}((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2). \quad (4.13)$$

## 4.3 Беріктік жорамалдары (теориялары)

Ғылыми түрде негізделмегенімен беріктік гипотезаларын беріктік теориялары деп атайды. «Материалдар кедергісі» ғылымында беріктік теорияларын ескі, жаңа деп бөледі. Ескі теорияларға Галилей, Мариотта, Кулон, Сен-Венан сияқты белгілі ғалымдар ұсынған теориялар, ал жаңа

теорияларға өткен ғасырдың аяғынан осы күнге дейінгі қабылданған теориялар жатады.

Материалдар кедергісі ғылымы күрделі деформацияланған конструкция элементтерін беріктікке есептеу үшін бірнеше **беріктік жорамалдарын** ұсынады:

1. Бірінші беріктік жорамалы (ең үлкен тік кернеу теориясы):

$$\sigma_1 \leq [\sigma^+], \quad \text{немесе} \quad \sigma_3 \leq [\sigma^-]. \quad (4.14)$$

мұндағы  $[\sigma^+]$  – созылу, ал  $[\sigma^-]$  – сығылу нәтижесіндегі мүмкіндік кернеулер.

Материалды бірінші теориямен беріктікке есептегенде, оның қауіпті нүктесіндегі бас кернеулердің ең үлкен немесе ең кішісі ескеріліп, қалған екеуі ескерілмейді. Морт материалдарды бірінші теория бойынша беріктікке есептеу қанағаттанарлық нәтиже береді. Пластикалық материалдарды бірінші теориямен есептеу нәтижелері тәжірибе жүзінде дәлелденбейді.

2. Екінші беріктік жорамалы (ең үлкен сызықтық деформация теориясы):

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{II}} = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma]. \quad (4.15)$$

Екінші теория пластикалық материалдар үшін тәжірибе жүзінде дәлелденбейді, сондықтан морт материалдарды есептеуге ғана қолданылады.

3. Үшінші беріктік жорамалы (ең үлкен жанама кернеу теориясы):

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma] \quad \text{немесе} \quad \sigma_{\text{экв}}^{\text{III}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]. \quad (4.16)$$

Үшінші теория материалдардың серпімді күйінен пластикалық күйіне ауысу шартын анықтау үшін (пластикалық материалдарды беріктікке есептеу үшін) кеңінен қолданылады; кемшілігі – орташа бас кернеудің беріктік шартында ескерілмеуі.

4. Төртінші беріктік жорамалы (энергетикалық беріктік теориясы);

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{IV}} = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2)} \leq [\sigma] \quad (4.17)$$

немесе

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{IV}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]. \quad (4.18)$$

Төртінші теория пластикалық материалдардың серпімді күйінен пластикалық күйіне ауысу шартын анықтауға ыңғайлы. Бұл теориямен морт материалдарды есептеуге болмайды.

## Бақылау сұрақтары

1. Кернеулі күй дегеніміз не?
2. Сызықтық кернеулі күй дегеніміз не?
3. Жазық кернеулі күй дегеніміз не?
4. Көлемді кернеулі күй дегеніміз не?
5. Қандай жазықтықтар басты жазықтықтар деп аталады?
6. Қандай кернеулер басты кернеулер деп аталады?
7. Жанама кернеулердің жұптылық заңы?
8. Жазық кернеулі күйдегі басты кернеулер қалай анықталады?
9. Басты жазықтықтар өзара қалай орналасқан?
10. Жазық кернеулі күйдегі басты кернеулер қалай анықталады?
11. Жазық кернеулі күйдегі ең үлкен жанама кернеу неге тең?
12. Меншікті потенциалдық энергияның өлшем бірлігі неге тең?